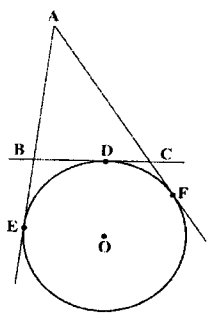
www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰/۳/۳	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

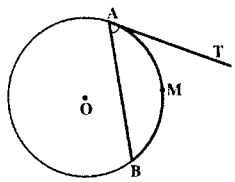
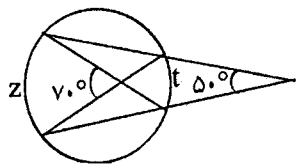
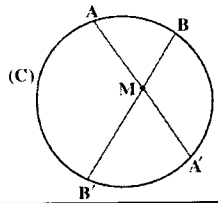
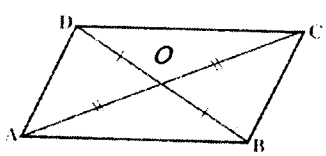
ردیف	سؤالات	نمره
۱	الف) یک مثلث متساوی الاضلاع به دقت رسم نمایید . وسط ضلع ها را پیدا کرده و به هم وصل کنید . ب) سه مثلثی را که در گوشه ایجاد می شود ، نگه دارید و مثلث میانی را با سیاه کردن حذف کنید . این فرایند را روی سه مثلث باقی مانده تکرار کنید و با استفاده از استدلال استقرایی جدول زیر را کامل کنید. (در مرحله دوم شکل را رسم کنید.) مرحله: ۰ | ۱ | ۲ | ... | n تعدادمثلث ها: ۱ | ؟ | ؟ | ... | ؟	۱
۲	درستی یا نادرستی نتایج زیر را معلوم کنید. الف) هر مربعی متوازی الاضلاع است . چهار ضلعی ABCD مربع است . *نتیجه* : چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. ب) تجانس طول پاره خط را با ضریب k (ضریب تجانس) تغییر می دهد. *نتیجه* : طول تصویر پاره خط AB در یک تجانس بزرگتر می شود. ج) : چند صفحه در فضا روی دو خط ، پاره خط های متناظر متناسب ایجاد کرده اند. *نتیجه* : آن صفحه ها با هم موازیند. د) P وQ دو صفحهٔ عمود برهم می باشند. *نتیجه* : هر کدام شامل خطی است که بر دیگری عمود است.	۱
۳	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع فاصله های هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع آن مقداری ثابت است. سپس آن مقدار ثابت را به دست آورید.	۱
٤	قضیه : با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند ، ضلع رو به رو به زاویه بزرگتر ، بزرگتر از ضلع رو به رو ی زوایه کوچکتر است .	۱/۲۵
٥	ثابت کنیدنیمسازیک زاویه،مکان هندسی نقطه ای درصفحهٔآن زاویه است که فاصلهٔ آن ازدوضلع زاویه برابر باشد .	۱/۵
٦	خط های AE ، AF و BC به ترتیب در نقطه های F،E و D بر دایره (O) مماس هستند.مماس BC ، خطهای AE و AF را به ترتیب در نقطه های B و C قطع کرده است . ثابت کنید با تغییر مکان نقطه ی D روی دایره بین دو نقطه ی ثابت E و F ، محیط مثلث ABC ثابت می ماند.  	۱
	«ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۷	قضیه: باتوجه به شکل ثابت کنید در دایره (O) اندازه هر زاویه ی ظلی برابربا نصف کمان رو به روی آن است . 	۱/۲۵
۸	در شکل زیر مقدار z و t را بیابید. 	۱
۹	قضیه : از نقطه ی M واقع در داخل دایره (C) دو وتر دلخواه AA' و BB' رسم شده اند . ثابت کنید: $MA \times MA' = MB \times MB'$ 	۱/۲۵
۱۰	طول خط المرکزین دردو دایره متقاطع به شعاع های ٤ و۳ سانتی متر برابر ٦سانتی متر است . طول مماس مشترک خارجی دو دایره را به دست آورید.	۰/۵
۱۱	نقاط $P=(۴,۲)$ و $Q=(۲,۲)$ و $R=(۲\ ,\ -۲)$ راسهای یک مثلث هستند . الف) مثلث PQR و تصویر مجانس آن را با در نظر گرفتن $O(۰\ ,۰)$ به عنوان مرکز تجانس ،تحت تبدیل تجانس $D(x\ ,\ y)=(۳x\ ,\ ۳y)$ را رسم کنید. ب)مساحت مثلث PQR و تصویرش را محاسبه وآنها را با هم مقایسه کنید.	۱/۷۵
۱۲	معادله تصویر خط $l: ۲x+۶y-۱۲=۰$ را تحت بازتاب نسبت به محور x ها به دست آورید .	۱/۲۵
۱۳	قطرهای چهار ضلعی ABCD یکدیگر را نصف کرده اند. با استفاده از ویژگی های تبدیل دوران ثابت کنید ABCD یک متوازی الاضلاع است. 	۱/۵
	«ادامه ی سؤالات در صفحه ی سوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

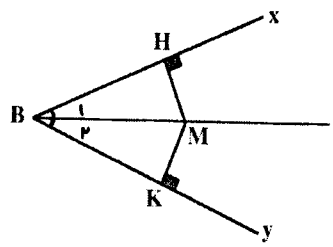
ردیف	سؤالات	نمره
۱٤	جاهای خالی را به طور مناسب پرکنید. الف) در تبدیل انتقال $T(x\ ,\ y)=(x-۳\ ,\ y+۲)$ بردار انتقال برابر با ..... است. ب) در هر صفحه حد اقل ..... نقطه وجود دارد که بر یک خط قرار ندارند. ج) اگر دو صفحه متمایز یک نقطه مشترک داشته باشند ، آنگاه در یک ..... مشترک خواهند بود.	۰/۷۵
۱۵	قضیه: ثابت کنید اگر خط L با یکی از خطهای صفحه P موازی باشد ، آنگاه، خط L با صفحه P موازی است.	۱/۲۵
۱٦	اگر O نقطه ای خارج از صفحه ای مانندP باشد ، ثابت کنید کلیه خطهای گذرنده از O که با P موازی هستند دریک صفحه موازی P قرار دارند.	۱/۲۵
۱۷	ثابت کنید اگر L و L' دو خط متنافر باشند ، از هر نقطه A یک و تنها یک خط می گذرد که بر L و L' عمود است .	۱/۵
	«موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

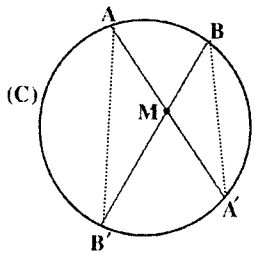
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	رسم شکل (۰/۲۵) مرحله: ۰ | ۱ | ۲ | ... | n تعدادمثلث ها: ۱ | ۳ | ۹ | ... | 3^n (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۲	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵)	۱
۳	فرض کنیم M نقطه ای دلخواه درون مثلث متساوی الاضلاع $\triangle ABC$ باشد از M به رأس های A ، B و C وصل می کنیم . (۰/۲۵)اگر h ارتفاع مثلث ABC باشد داریم . $S_{ABC} = S_{AMC} + S_{AMB} + S_{BMC}$ (۰/۲۵) پس : (۰/۲۵) $\frac{1}{2}h \times BC = \frac{1}{2}MH \times BC + \frac{1}{2}MH' \times AC + \frac{1}{2}MH'' \times AB$ چون که $AB = AC = BC$ پس $h = MH + MH' + MH''$ (۰/۲۵) بنابراین مجموع فواصل نقطه ی M از اضلاع ، مقدار ثابت h می باشد	۱
٤	فرض: $\hat{A} > \hat{B}$ حکم : $BC > AC$ برهان خلف : فرض می کنیم $AC \geq BC$ (۰/۲۵) دو حالت زیر را در نظر می گیریم : الف) $AC = BC$ در این حالت مثلث متساوی الساقین است . پس $\hat{A} = \hat{B}$ که این خلاف فرض است . (۰/۵) ب) $AC > BC$ در این حالت با توجه به قضیه لولا $\hat{A} < \hat{B}$ که این نیز خلاف فرض است. (۰/۵) پس فرض خلف باطل است و حکم درست می باشد.	۱/۲۵
۵	مرحله اول :نقطه M را روی نیمساز زاویه $X\hat{B}Y$ در نظر می گیریم از M خطهایی بر ضلع های BX و BY عمود می کنیم (۰/۲۵) تا آنها را به ترتیب در H و K قطع کنند دو مثلث $\triangle BMH$ و $\triangle BMK$ به حالت (وتر ویک زاویه تند) همنهشت هستند، پس $MH = MK$ (۰/۵) مرحله دوم : اگر نقطه ی M از دو ضلع BX و BY به فاصله ی یکسان باشد (۰/۲۵) چون دو مثلث قائم الزوایه ی $\triangle BMH$ و $\triangle BMK$ به حالت تساوی وتر و یک ضلع قائمه همنهشت هستند پس $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ (۰/۵) یعنی خطی که از B و M می گذرد نیمساز زاویه $X\hat{B}Y$ است .  	۱/۵
	«ادامه در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

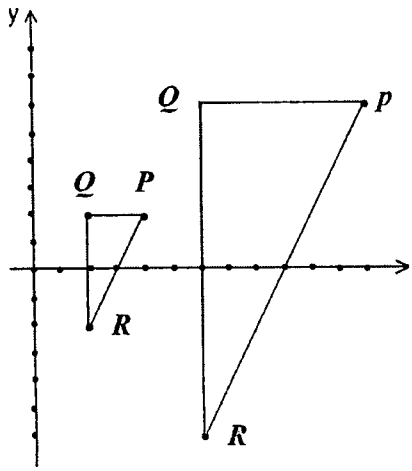
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
٦	می دانیم که طول مماس های رسم شده از نقطه ای خارج یک دایره با هم برابر است . محیط مثلث $= AB + AC + BC = AB + AC + BD + DC = AB + AC + BE + CF$ (۰/۵) (۰/۲۵) $= AE + AF = ۲AE$ (۰/۲۵) بنابراین محیط مثلث ABC مستقل از نقطه ی D بوده و مقدار آن ثابت است .	۱
۷	زاویه ی ظلی $B\hat{A}T$ را در دایره ی به مرکز O در نظر می گیریم قطر AD از این دایره را رسم می کنیم و از D به نقطه B وصل می نمائیم (۰/۲۵) زاویه ی $A\hat{B}D$ محاطی روبرو به قطر مساوی ۹۰° است پس (۱) (۰/۲۵) $A\hat{D}B + D\hat{A}B = ۹۰$ از طرفی (۲) (۰/۲۵) $D\hat{A}B + B\hat{A}T = ۹۰^\circ$ از رابطه (۱)و(۲) نتیجه می شود $B\hat{A}T = A\hat{D}B$ (۰/۲۵) اما می دانیم $A\hat{D}B = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$ پس $B\hat{A}T = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۸	$۷۰^\circ = \frac{z+t}{۲}(۰/۲۵) \Rightarrow z+t = ۱۴۰^\circ$ و $۵۰^\circ = \frac{z-t}{۲}(۰/۲۵) \Rightarrow z-t = ۱۰۰^\circ$ $\Rightarrow t = ۲۰^\circ(۰/۲۵)$ و $z = ۱۲۰^\circ(۰/۲۵)$	۱
۹	برهان : از A به B' واز B به A' وصل می کنیم ، دو مثلث $\triangle MAB'$ و $\triangle MA'B$ متشابهند (۰/۲۵) زیرا :  $\left.\begin{array}{l} A\hat{M}B' = A'\hat{M}B \\ \hat{A} = \hat{B} = \frac{A'B'}{۲} \end{array}\right\}$ (۰/۵) $\Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'$ تکمیل شکل (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۰	$TT' = \sqrt{d^۲ - (R-R')^۲}(۰/۲۵) \Rightarrow TT' = \sqrt{۳۶-۱}(۰/۲۵) \Rightarrow TT' = \sqrt{۳۵}$	۰/۵
	«ادامه در صفحه ی سوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳/ ۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

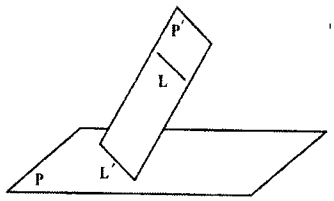
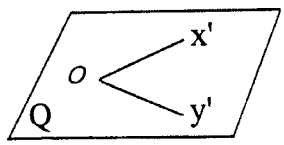
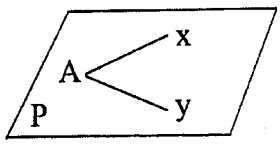
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	$R(۲,-۲) \xrightarrow{D} R'(۶,-۶)$ $\quad Q(۲,۲) \xrightarrow{D} Q'(۶,۶)$ (۰/۵) $\quad P(۴,۲) \xrightarrow{D} P'(۱۲,۶)$	۱/۷۵
	$S_{PQR} = \frac{۲\times۴}{۲} = ۴(۰/۲۵)$ $\quad S_{P'Q'R'} = \frac{۶\times۱۲}{۲} = ۳۶(۰/۲۵)$ $\Rightarrow \quad S_{P'Q'R'} = ۹S_{PQR}(۰/۲۵)$	
	 رسم شکل (۰/۵)	
۱۲	$T(x,y) = (x,-y)$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
	$A \in l \Rightarrow A = (۰,۲) \xrightarrow{T} A' = (۰,-۲)$ (۰/۲۵)	
	$B \in l \Rightarrow B = (۶,۰) \xrightarrow{T} B' = (۶,۰)$ (۰/۲۵)	
	$m_{A'B'} = \frac{y_{A'} - y_{B'}}{x_{A'} - x_{B'}} = \frac{-۲-۰}{۰-۶}(./۲۵) = \frac{۱}{۳} \Rightarrow y - ۰ = \frac{۱}{۳}(x-۶)(./۲۵) \quad \Rightarrow y = \frac{۱}{۳}x - ۲$	
۱۳	$\begin{cases} OC = OA \\ A\hat{O}C = ۱۸۰^\circ \end{cases} \Rightarrow$ (تحت دوران ۱۸۰ به مرکز O) $A \longrightarrow C$ و $C \longrightarrow A$ (۰/۲۵)	۱/۵
	$\begin{cases} OB = OD \\ B\hat{O}D = ۱۸۰^\circ \end{cases} \Rightarrow$ (تحت دوران ۱۸۰ به مرکز O) $B \longrightarrow D$ و $D \longrightarrow B$ (۰/۲۵)	
	بنابراین (۰/۲۵) $B\hat{A}C \longrightarrow D\hat{C}A$ چون دوران اندازه زاویه راثابت نگه می داردپس (۰/۲۵) $B\hat{A}C = D\hat{C}A$	
	بنابراین (۰/۲۵) $AB \parallel CD$ به همین ترتیب $D\hat{A}C = B\hat{C}A$ می باشد بنابراین $AD \parallel CB$ (۰/۲۵)	
	پس چهار ضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است.	
۱٤	الف)(۲و۳-) (۰/۲۵) ب) سه (۰/۲۵) ج) خط (۰/۲۵)	۰/۷۵
	«ادامه در صفحه ی چهارم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	اگر خط L در صفحهP باشد حکم برقرار است (۰/۲۵) فرض کنیم خط L در صفحه P قرار ندارد . اگر L' خطی از صفحه P باشد که با L موازی است L و L' متمایزند .صفحه ا ی را که از این دو خط موازی می گذرد P' می نامیم (۰/۲۵).  فصل مشترک دو صفحه Pو P' همان خط L' است . (۰/۲۵) اگر خط L صفحهP را قطع کند محل تقاطع روی فصل مشترک این دو صفحه قرار دارد ، (۰/۲۵) یعنی دو خط L و L' متقاطع خواهند شد که خلاف فرض است .پس خط L صفحهP را قطع نمی کندوبا آن موازی است. (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۶	دو خط AX و AY را در صفحه ی P در نظر می گیریم . (۰/۲۵) از نقطه O خطوط OX' و OY' را موازی خطوط AX و AY رسم می کنیم سپس صفحه Q گذرنده از دو خط OX' و OY' را رسم می نماییم (۰/۲۵) بنابراین صفحهP با صفحه Q موازی خواهد بود. (۰/۲۵) هر خطی که از نقطه O بگذرد با صفحه P موازی باشد در صفحه Q قرار می گیرد (۰/۲۵) زیرا درغیراین صورت صفحه Q را قطع می کند. بنابراین صفحه P راکه موازی باصفحه Q است نیز قطع می کند (۰/۲۵)   	۱/۲۵
۱۷	از نقطه A صفحه P را عمود بر خط L رسم می کنیم. (۰/۲۵) همچنین از نقطه A صفحه Q را بر خط L' عمود رسم می کنیم. (۰/۲۵) فصل مشترک صفحه های P و Q یعنی خط Δ جواب مسئله است. (۰/۲۵) زیرا $\left.\begin{array}{l} L \perp P \Rightarrow L \perp \Delta \\ L' \perp Q \Rightarrow L' \perp \Delta \end{array}\right\} \Rightarrow$ (۰/۲۵) Δ برهر دو خط L و L' عمود است. صفحه های P و Q بر هم منطبق نیستند زیرا درغیر این صورت L و L' متنافر نیستندواین خلاف فرض است. (۰/۲۵) خط Δ منحصر به فرد است زیرا صفحه های P و Q منحصر به فرد هستند. (۰/۲۵)	۱/۵
	«موفق باشید» جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com